

863. D'Amore B. (2015). Saber, conocer, labor en didáctica de la matemática: una contribución a la teoría de la objetivación. In: L. Branchetti (Ed.). *Teaching and Learning Mathematics. Some Past and Current Approaches to Mathematics Education*. Pp. 151-171. Isonomia, On-line Journal of Philosophy — Epistemologica. University of Urbino Carlo Bo. ISSN 2037-4348. <http://isonomia.uniurb.it/epistemologica> / <http://isonomia.uniurb.it/node/30>

Saber, conocer, labor en didáctica de la matemática: una contribución a la teoría de la objetivación

Bruno D'Amore

- DIE, Doctorado Interinstitucional en Educación, Universidad Distrital “Francisco José de Caldas”, Bogotá
- MESCUUD, Bogotá
- NRD, Bologna

Abstract. The Objectification Theory, proposed by Luis Radford, often uses terms that are also used in other philosophical areas, sometimes with different meanings, making it necessary to reflect on the terminology used in this theory as a prelude to the use made of the same terms in other areas. This paper offers a brief discussion of this terminology, which should be interpreted as a contribution to the development of the theory.

Key words: objectivation theory, knowing, understanding, working.

Resumen. La teoría de la objetivación, propuesta por Luís Radford, en muchos casos usa términos que son también utilizados en otras áreas filosóficas, a veces, con significados diferentes, lo cual hace necesario una reflexión sobre la terminología utilizada en esta teoría como paso previo al análisis de su relación con el uso que se hace de los mismos términos en otras áreas. En este artículo se ofrece una breve discusión sobre esta terminología, que debe ser interpretada como una contribución al desarrollo de esta teoría.

Palabras clave: teoría de la objetivación, saber, conocer, labor.

0. Premisa

Las contribuciones a la didáctica de la matemática aportadas por Luís Radford y por sus alumnos y colaboradores en los últimos 10 - 15 años han propiciado en el área de Didáctica de la Matemática una reflexión profunda sobre algunos aspectos que en muchas investigaciones anteriores no se problematizaban o se consideraban ya adquiridos o, en algunos casos, se ignoraban completamente (me limito a tomar como referencia: Radford, 1997, 2002, 2003, 2004, 2005, 2006, 2013a); estos estudios han llevado incluso a discusiones relevantes sobre algunos temas clásicos de la investigación en didáctica de la matemática (D'Amore, Radford, Bagni, 2007).

La posibilidad de leer/estudiar muchos de sus recientes trabajos, de participar en encuentros, simposios y debates, de seguir tesis de doctorado sobre este tipo de temáticas, me han llevado a algunas reflexiones que deseo hacer públicas mediante este texto. Se trata, sobre todo, de examinar algunas palabras claves de la teoría de la objetivación desde un punto de vista filosófico y sociológico, con el fin de contribuir al debate internacional en curso sobre dicha teoría, incluso aprovechando, cosa que hago esporádicamente y sin explicitarlos, estudios personales de grado y de posgrado en disciplinas diferentes de la matemática y de la didáctica, sobre todo de filosofía y de pedagogía.

La razón que me llevó al actual estudio se presentó después de haber participado, del 7 al 10 de enero de 2014, en un simposio virtual donde se debatió sobre investigaciones realizadas utilizando como enfoque teórico la teoría de la objetivación. Cada vez que escuchaba las diferentes intervenciones, sentía la necesidad imperiosa de profundizar de forma crítica en algunos de los temas tratados, no tanto por motivos de simplificación conceptual (¡por el contrario!) sino por la necesidad de evidenciar las complejidades que se escondían; y también con el objetivo de reducir, limar y disminuir ciertas aparentes disonancias con otras teorías y otras interpretaciones, intentando buscar raíces comunes.

1. Saber y ontología

Se trata de una de las palabras de mayor uso en didáctica, en todas las didácticas. « El estudiante adquiere *saber*», «Cómo se construye el *saber*», «Cómo se transmite el *saber*»,... son temas que han visto interpretaciones diversas por parte de célebres autores que no vale la pena recordar aquí de forma pedante.

He encontrado siempre fascinante el hecho que la raíz lingüística europea de “saber”, *sap*, reúne tanto el tener sabor como el tener sabiduría o sentido, compartida también por otras raíces lingüísticas. El tener sabiduría o sentido (algunos hablan de conocimiento) y el tener sabor son el origen ancestral de aquella idea tan sofisticada que hoy se llama *saber*; este hecho exalta el sentido mismo que está en el origen de las palabras: el sentido del gusto se vincula a la capacidad de conocer y de distinguir entre los conocimientos para elegir aquellos adaptados a las situaciones (que es el sentido o que expresa el tener sabiduría)

Pero el saber lleva inevitablemente al estudio preliminar del ser como tal y a reflexionar, por tanto lleva a la ontología.

Se lee en un muy bien conocido fragmento de Parménides (de: *Sobre la naturaleza*, fr. 2, vv 3 - 5; Diels, Kranz, 1903-1952): el ser es eterno; porque, si no fuese eterno, existiría alguna cosa antes del ser, lo cual es contradictorio.

En esta consideración se condensa media historia de la filosofía. El discurso sobre el ser lleva a la disputa: “mundo eterno *versus* mundo creado” y al tema “Dios”. Pero Dios está dentro del ser, dando razón a Baruch Espinoza; o, ¿cómo distinguir un ser-que-es-Dios de un ser-que-no-es-Dios? Todas las pruebas de la existencia de Dios tienen una cierta coherencia lógica, pero tienen también un evidente *non sequitur*; por ejemplo, pasando de movimiento en movimiento se encuentra un movimiento, no un ser divino. Así, pasando de causa en causa, etcétera. Por ejemplo Tomás (en la *Summa Theologiae*, I, q: Tomás de Aquino, 1990) concluye, de su famosa cadena del ser, que existe alguien omnipotente omnisciente etc. *a priori*; conclusión gratuita, con una peligrosa asunción implícita: que la forma de vida más elevada posible sea el ser-persona. Esto coincide con nuestra experiencia: las plantas están más adaptadas a la vida, una secoya vive mil años y algo más, pero la percibimos como un ser inferior a nosotros. En conclusión, la forma de vida suprema tiene intelecto, consciencia, voluntad... Y así nosotros volcamos esta conclusión sobre nuestra idea de Dios.

¿Pero, es necesario que sea así? ¿No seremos nosotros los gusanos planos, que no perciben la tercera dimensión? ¿Somos y sabemos, o sólo somos?

¿Será posible saber sin ser?

Otra pregunta fundamental, expresada exactamente con las palabras de Leibniz: *¿pourquoi il y a plus tôt quelque chose que rien?* (Leibniz, 1714); es decir la pregunta metafísica fundamental: *¿cur est aliquid?* Es la pregunta de todo el saber, para responder a la cual nos ayuda nuevamente Parménides, en su profundo esquematismo: porque la nada, siendo precisamente tal, no puede ser. Y volvemos así a: «el ser es, el no ser no es», que aparece ahora mucho menos obvia. La nada no puede darse sin convertirse en algo.

Ser, saber, conocer constituyen por tanto una sucesión causal. Nosotros, los docentes, nuestros alumnos, somos, sabemos, conocemos en forma indistinguible.

2. Conocer y gnoseología

Hecha una rápida referencia al problema ontológico, quiero concentrarme ahora en el aspecto gnoseológico, o del conocimiento. Inútil decir que entre los dos existe una correlación muy fuerte, sería como decir que son homocigotos; pero siempre dos y no uno.

Parto de algunas tesis obvias.

La primera contraposición de base, del tipo de aquella fundamental entre protozoos y metazoos de Linneo, es entre, por así decirlo, los dogmáticos y los escépticos, es decir entre quienes consideran que el conocimiento pueda darse, y quienes lo niegan (obviamente el término “dogmático” debe ser considerado en una particular acepción que emergerá en el contexto de este mismo trabajo). El conocimiento es y puede ser adquirido; el conocimiento es, pero queda fuera de nosotros.

Ejemplifiquémoslo haciendo referencia a la filosofía antigua.

Ejemplos del primer tipo: Sócrates, Platón, Aristóteles (es decir la línea “ganadora”); del segundo tipo: Protágoras, Gorgia de Lentini, Pirro de Epiro.

El argumento principal de los primeros contra los segundos es: pero ¿si el conocimiento no existe, tú cómo haces para saberlo?, es decir un uso filosóficamente interesante de la *consequentia mirabilis*.¹ Este método deductivo aparece en un famoso paso del *Teeteto* (Vailati, 1911) y en la *Metafísica* de Aristóteles (en la cual la *consequentia* en mi opinión no es explícita sino sobrentendida, al contrario de lo que se afirma en Łukasiewicz, 1951); lo cual se puede expresar como sigue: si el escéptico niega todo, incluso el significado, entonces no está diciendo nada que tenga sentido, por tanto él *phytòs estì*, es como una planta, vegeta en un estado pre-humano.

El argumento típico de los segundos está articulado en dos partes: negación del conocimiento racional (lo cual lleva a paradojas, antinomias y sofismas muy bien conocidos), y negación del conocimiento sensible (los sentidos nos engañan, los ejemplos son numerosos a partir de las paradojas de Zenón).²

Una vez aceptada la primera tesis, es decir que el conocimiento se pueda dar, la pregunta siguiente es sobre el “cómo”, y aquí las soluciones son diversas, interesantísimas para nuestros estudios específicos en didáctica de la matemática. Intento proceder de forma taxonómica, siguiendo los esquemas clásicos.

Si se da, ¿se da *a priori* o *a posteriori*?

En el primer caso tenemos el innatismo, por ejemplo el anamnesis de Platón (bien conocido el fenómeno de reminiscencia descrito en el *Menón*, en *Fedro* y en otros *Diálogos*; véase Platón, 1997), para citar el caso típico; en el segundo tenemos el empirismo, el *nihil est in intellectu quod prius non fuerit in sensu*, axioma de la filosofía escolástica, hecho propio hasta convertirlo en un caso paradigmático por John Locke (1690) [pero igualmente se puede atribuir a prácticamente cualquier filósofo anglosajón (Williams, Montefiore, 1966; Turco, 1974)].

¹ La *consequentia mirabilis* es la formulación de un especial principio de demostración por absurdo que es llamado también “principio de Clavio” por Jan Łukasiewicz (1970), cuya formulación es generalmente dada de la siguiente forma: $(\neg T \rightarrow T) \rightarrow T$. En realidad esa debe ser expresada metalingüísticamente para formular una interesante deducción (usada por Gerolamo Saccheri y Georg Cantor, entre otros), que es la que la hizo célebre: si de $\neg T$ se puede deducir T, entonces T. Hay quienes quiso ver esta deducción ya en Aristóteles, otros en Platón, otros en Sexto Empírico. Una detallada disertación histórico – lógico – analítica relativa a esta deducción se encuentra en D’Amore y Matteuzzi (1972).

² Las interpretaciones de la paradoja de Zenón pueden darse a favor o en contra de los Pitagóricos; las dos versiones, aún siendo antitéticas, son ambas admisibles: véase D’Amore, 2001a.

Entre los aprioristas, debemos distinguir entre quienes consideran como criterio de conocimiento la intuición o (*vel*) la evidencia; aquí podemos encontrar Platón y su *noesis*, que está sobre la *dianoia*, o conocimiento lógico racional (D'Amore, Fandiño Pinilla, Iori, 2013, pagg. 86-87), que volvió prepotentemente a repuntar a la palestra en los años 90 del siglo pasado gracias a las revolucionarias propuestas de Raymond Duval (1993, 1995); pero tal vez el apriorista más paradigmático a favor de la intuición y de la evidencia fue René Descartes (1637), con su criterio de las ideas claras y distintas, que da precisamente, como paradigma de la evidencia, el famoso *cogito*.

En el otro extremo, en el de quienes sostienen el *a posteriori*, encontramos los que podríamos llamar logicistas, para quienes el raciocinio está en el escalón superior, o incluso la lógica misma. Es decir, por ejemplo, Aristóteles y Leibniz. Para Leibniz, de hecho, todo es analítico, toda verdad tiene su base en un principio lógico de identidad, por lo menos para una mente perfecta; por tanto las cosas que para nosotros son empíricas, son tales porque no las sabemos “calcular” (es decir derivarlas de un *calculus ratiocinator*; véase D'Amore, 2001b), pero no son empíricas para Dios.

Aquí el innatismo toma una forma muy atenuada: podemos incluso no tener ideas innatas (como piensan, por el contrario, Platón y Descartes) pero tenemos al nacer, en cuanto ser humanos, como mínimo la *facultas*, la capacidad intelectual; ésta es la potente respuesta de Leibniz a Locke en los *Nuevos ensayos sobre el entendimiento humano* (1704): *nihil est in intellectu quod prius non fuerit in sensu*, nada está en la mente que antes no haya estado en los sentidos, *nisi intellectus ipse*, sino el intelecto mismo. En otras palabras: si la mente en el momento del nacimiento fuera una *tabula rasa*, no se vería el porqué no podrían llegar a conocer los gatos; al nacer el niño y el gato tienen una mente vacía de contenidos empíricos, pero el primero tiene la capacidad formal de organizarla según la lógica.

Debemos también hacer una segunda esencial distinción entre los racionalistas. Dado que el conocimiento tiene dos polos, el sujeto que conoce y el objeto conocido, debemos distinguir entre quienes consideran el principio activo, o criterio de verdad, en el primero y quienes lo atribuyen al segundo. Tenemos así los idealistas, en el primer caso, Fichte, Schelling, Hegel, y los realistas, Aristóteles, Leibniz, Espinoza. En medio está Kant: las formas *a priori* están en el sujeto, y constituyen un filtro obligado para el objeto, que no es conocido sino mediante su construcción en forma de “fenómeno” (Kant, 1781)

En el otro sentido, los empiristas toman una vía diversa para recuperar el saber formal, es decir el nominalismo. Para Locke las “verdades de razón” deben ser justificadas; lo cual no significa no creer en la matemática, obviamente, sino que las verdades de la matemática tienen que ver con los nombres puros, es decir, objetos inexistentes, no las cosas, las *res*. De aquí se explica la gran tradición de estudios de lógica de los anglosajones, de los *calculatores* de Cambridge hasta Boole. Este intento personal de síntesis aparecerá obvio y burdo, pero es un esqueleto sobre el cual se puede razonar en el ámbito didáctico que es el que nos interesa. Veamos cómo.

(1) Conocimiento y hermenéutica.

El conocimiento no es una banal reduplicación del mundo, como quisiera un tipo particular de positivismo o el neo-empirismo lógico: eliminado el pensamiento, tendríamos dos mundos y no uno y, simplemente, nos hubiéremos ciertamente complicado la vida. (Personalmente fueron fundamentales en este campo para mí los estudios de las siguientes obras: Santucci, 1970, y Pasquinelli, 1969).

Tomemos por ejemplo el conocimiento histórico. Para un positivista la historia es el pasado más el pensamiento del historiador, con este último que tiende a cero; pero así el resultado sería la crónica, no la historia. Por el contrario, el conocimiento histórico es el pasado más una hermenéutica. Por tanto, el conocimiento debe ser un esquema conceptual proyectado sobre lo real, no un segundo real, en mi opinión inútil. Esta referencia a la hermenéutica nos lleva al interior de reflexiones que ya hicimos en didáctica de la matemática (Bagni, 2009). En la pág. 20, Bagni escribe: «67. La interpretación es un momento clave del acercarse a un texto, a un contenido, por tanto para el aprendizaje; pero para interpretar es indispensable acercarse de cualquier forma al saber en juego, y

esto nos lleva al círculo hermenéutico. 68. El aprendizaje es asimilable a una construcción más que a la contemplación».

(2) Conocimiento y prejuicios.

El segundo tema que debemos afrontar es aquel de los *idola*, en el sentido baconiano, es decir los prejuicios (Bacone, 1620). Aquí me refiero básicamente al conocimiento “científico”, del cual *idola* son las siguientes afirmaciones consideradas por los ingenuos como nociones comunes o axiomas:

el conocimiento científico es cierto

el conocimiento científico es verdadero

el conocimiento científico es estable.

Encontrar contraejemplos es muy fácil, especialmente para un matemático. ¡Cuánto daño hacen en el proceso de enseñanza – aprendizaje estos axiomas – *idola*...!

Por tanto, de la aporía de la doble alma constituida de una parte por la aspiración a la estabilidad, y de la otra por el “progreso” (que es de signo opuesto a la certeza y a la estabilidad), propongo salir pasando a un nivel más fino, es decir al concepto de teoría; como hicieron los pluralistas (Empédocles, Anaxágoras, Demócrito,...) para salir de la contraposición Heráclito/Parménides. Tomemos por ejemplo a Demócrito: los átomos son siempre los mismos, y aquí recupera la estabilidad eleática de Parménides, pero se combinan continuamente en formas diversas, y aquí recupera el *panta rei* de Heráclito. De la misma forma, podemos dar certeza, verdad y estabilidad local, dentro de una teoría, pero la ciencia pasa continuamente de una teoría a otra.

(3) Conocimiento e individuo.

Un desarrollo dialéctico futuro podría estar contenido en la observación de que el conocer lleva necesariamente a la epistemología y que el conocer necesita de un discurso sobre el aprendizaje, lo cual se generaliza, tal vez, en nuestro campo, con el término “educación”. No es posible afrontar este tema sin usar el término “individuo”, la historia cultural que lo define, la ética que indudablemente acompaña cada una de las reflexiones. Aprender es entonces la subjetivación y la transformación debidas al aprendizaje y a la objetivación. Con la inmediata consecuencia: mientras aprendo, cambio desde cualquier punto de vista, pero soy siempre la misma persona. Y conmigo cambia quien me enseña. Y terminamos con ser indistinguibles respecto al conocimiento. Pero este punto 3 deberá ser el tema central de un desarrollo posterior.

3. Acción, labor, praxis

Los términos que titulan este párrafo giran alrededor de la evidencia del hecho de que, en situación de enseñanza y aprendizaje, los dos polos de la acción, digamos docente y alumno, comparten una práctica que los vincula, que los modifica, con papeles y actividades no siempre distinguibles, que se basa en la idea de *labor* entendida en el sentido marxista del término.

En su “conferencia de Barranquilla”, Radford nos da las líneas guía de esta interpretación (Radford, 2013b). Cita justamente la *Introducción a la crítica de la economía política* de Karl Marx (Marx, 1857) y «las dos grandes categorías con las cuales se puede definir el trabajo:

1) las *relaciones de producción*, es decir las formas históricas y culturales de interacción humana;

2) los *modos de producción*, es decir la manera de producir de los individuos».

No vale la pena agregar algo más, reenviando necesariamente al mismo texto de Radford [perfecta la citación de Dupré que hago mía: « Ni la materia bruta ni los instrumentos constituyen la fuerza económica hasta que son integrados dentro de un sistema social» (Dupré, 1983, p. 86)].

Desde esta perspectiva histórico-social hay que notar la precisa y profunda crítica que hace Radford a la interpretación de la función del alumno, como *propietario privado* que debe *construir* su propio saber *negociando* sus significados, y del maestro que guía la construcción del alumno (Radford,

2013b). Comenta Radford (2013b): «No hay teoría en la educación matemática que se haya apegado con más fuerza y haya promovido con tanta energía esos conceptos como el constructivismo norteamericano».

Yo quiero ir más allá, pero, eso sí, en la misma dirección.

Dado que de trabajo se trata, hay que definir un valor, recordando teorías económicas clásicas: el valor de cada cosa depende de la cantidad de trabajo necesario para producirla (Adam Smith, David Ricardo, Karl Marx, sólo para citar algunos pensadores). Y, para mí, este valor se basa en la eterna dialéctica entre “hombre histórico” y “hombre social”.

Para buscar una contribución a esta pista de análisis, me sirvo de Friedrich Engels (1956).³

¿Por qué citar precisamente la edición italiana? Porque la tercera edición italiana de este extraordinario texto de epistemología de la ciencia (marcadamente dialéctica) fue editada por un personaje de excepción, Lucio Lombardo Radice, matemático muy bien conocido en el ambiente italiano, político activo en el partido comunista, con gran interés por los problemas de la enseñanza y el aprendizaje de la matemática y por la divulgación de la misma.

En la introducción de Lombardo Radice (Engels, 1956, pag.16), se lee: «El interés de Marx estaba netamente polarizado hacia el *hombre histórico*, el hombre de la labor y de la producción social, hacia la dialéctica de la praxis humana social»

En la pág. 17: «Marx veía en el trabajo y en la producción social un elemento del todo nuevo y original, respecto a los procesos naturales, que implica otra dialéctica. (...) El hecho es que el elemento primero, el constituyente elemental de tal dialéctica es la praxis, la actividad humana del trabajo. “El defecto principal de cada materialismo hasta hoy,... es que el objeto, lo real, lo sensible es concebido sólo bajo forma de objeto o de *intuición*; pero no como actividad humana sensible, como actividad práctica, no subjetivamente”» (la frase entre comillas es tomada del apartado de F. Engels al interior del libro, en el capítulo: Primera tesis sobre Feuerbach).

En la pág. 18: «Sobre la “parte obtenida de la labor en el proceso de humanización del simio” el lector encuentra, en esta *Dialéctica de la naturaleza* de Engels, un ensayo que desarrolla brillantemente y con detalle la idea de Marx, que el hombre es el resultado de su propio trabajo».

Sobre este punto se cita un artículo de otro intelectual italiano, Palmiro Togliatti (Togliatti, 1954); Togliatti afirmaba que «un verdadero naturalismo y un auténtico humanismo no pueden surgir sino a condición que la realización de la naturaleza humana sea entendida como el resultado de un proceso» (las palabras son de Lombardo Radice, pag.18, nota 2).

Lo mismo en la pág. 21: «La acción recíproca excluye todo primario absoluto y todo secundario absoluto; pero es igualmente un proceso de dos caras que, por su naturaleza, puede ser considerado desde dos puntos de vista diferentes; para poder ser comprendido en su conjunto debe precisamente ser estudiado sucesivamente desde dos puntos de vista opuestos, antes que pueda ser comprendido el resultado plenamente»

Cuando decimos que la acción del docente y del alumno no son “dos acciones” sino que es “la misma acción”, encontramos precisamente este punto de vista; la labor, lo que se produce, la persona que lo produce, los varios agentes,... son todos componentes al unísono de una única actividad que, con una sola palabra, podemos llamar la *labor*.

Veamos que dice el mismo Engels (1956) en la pag.190: «Frente a todas estas creaciones, que se presentaban como productos directos de la mente y que parecían dominar las sociedades humanas, los más modestos productos de la labor manual fueron relegados en un segundo plano; (...). Todo el mérito de los rápidos progresos de la civilización fue atribuido a la mente, al desarrollo y a la actividad del cerebro; (...) incluso los científicos materialistas de la escuela darwiniana no logran aún hacerse una idea del origen del hombre porque, estando aún bajo la influencia ideológica del idealismo, no reconocen la función que ha tenido el trabajo en aquel proceso».

³ Se trata de la célebre obra *Dialéctica de la Naturaleza* que Friedrich Engels proyectó como idea para la redacción de parte de un volumen que no alcanzó a concluir, cuyo índice parece fue elaborado en 1878 una primera vez y después en 1880. Pero yo uso la edición de 1956, Roma: Editori Riuniti, por un motivo preciso.

Según mi opinión es una notable identificación que ayuda a entender posiciones diversas, de hecho antitéticas, en el proceso de la labor en aula, pero también en su interpretación, aquel “valor” sobre el cual he puesto el acento inicial.

Insisto: enseñar y aprender son indistinguibles, el docente se transforma a sí mismo en la práctica de enseñar, así como el alumno se transforma al aprender. Estas transformaciones se deben a la labor puesta en práctica por los dos de forma personal pero en el contexto social de pertenencia, el contexto escuela, en la evolución de la práctica de aula, que es una acción social (no individual) puesta en acto por todos aquellos que participan en ella.

El “objeto” construido en este trabajo está previamente delimitado, así como lo es en el trabajo en general, no se trata de replicar un modelo o construir uno de nuevo, sino de acercar el resultado de la acción a lo esperado, que alguien llama institucional (D’Amore, Godino, 2006). No es necesario que el objeto matemático en construcción preexista de cualquier forma metafísica, identificable con el objeto de conocimiento en juego, es suficiente que este sea parte de la transposición didáctica de un objeto institucional puesta en obra por el docente (D’Amore, 2001c).

4. Semántica y libertad de expresión

Nunca se evidencia lo suficiente el hecho que nuestras expresiones, en cualquier contexto, frente a una aparente libertad, son por el contrario condicionadas por contextos de carácter antropológico y sociológico. Para dar fuerza a esta idea, que considero fundamental, me sirvo de los estudios de Benjamín Whorf. Los intercambios dialógicos son siempre fruto de acuerdos, a menudo implícitos; estoy pensando a ideas como «el corte de las lenguas madres», utilizando las palabras de Benjamín Whorf.

Es mi intención ser más preciso, utilizando otra citación de Whorf (1959):

«Todos nosotros conservamos una ilusión sobre el acto de hablar, la ilusión es que el hablar está libre de obligaciones, que es espontáneo, y que simplemente “expresa” cualquier cosa que deseemos expresar. Esta apariencia ilusoria deriva del hecho que los fenómenos obligatorios al interior del flujo aparentemente libre del discurso, son tan completamente despóticos, que el hablante y el oyente están ligados inconscientemente como por una ley natural».

Y aún (Whorf, 1940): «Nosotros seleccionamos la naturaleza según líneas trazadas por nuestras lenguas madres, las categorías y los tipos que aislamos del mundo de los fenómenos no los encontramos allá porque están ahí, delante de los ojos de cada observador; por el contrario, el mundo es presentado en un caleidoscópico flujo de impresiones que debe ser organizado en nuestra mente. Nosotros hacemos a pedazos la naturaleza, la organizamos en conceptos, y esto básicamente porque participamos en un acuerdo de organizarla de tal forma; un acuerdo que es aceptado por toda nuestra comunidad lingüística y es codificado en los esquemas de nuestra lengua. El acuerdo es totalmente implícito y no declarado, pero sus términos son absolutamente obligatorios; no podemos en modo alguno hablar sino sometiéndonos a la organización y a la clasificación de los datos que el acuerdo impone. Este hecho es muy significativo para la ciencia moderna, porque significa que ningún individuo es libre de describir la naturaleza con absoluta imparcialidad, sino que es obligado a interpretarla de cierta forma incluso cuando se considera máximamente libre».

A esta posición de Whorf se opuso con decisión un vasto grupo de lingüistas; entre todos señalo a Louis Hjelmslev; véase, por ejemplo, Hjelmslev (1943, en particular los capítulos 13, 15 y 21).

Pero no profundizo aquí con esta controversia, aunque alguien debería hacerlo. Los efectos de esta contraposición en relación con los estudios en didáctica de la matemática los considero más que evidentes.

¿Qué sucede en este intercambio dialógico, en una situación de enseñanza – aprendizaje, asumiendo que el conocer es posible y, como proceso, dado en una práctica compartida en la cual está en acto

una *labor* que crea un hombre histórico, fruto no sólo de dicha *labor*, sino también de sus orígenes culturales y sociales?

La complejidad del fenómeno es evidente.

Sería oportuno dar ejemplos; pero, en espera de análisis más profundos, específicos y ejemplificativos, me limito a hacer una pequeña referencia al complejo de prácticas compartidas que se reúnen bajo la denominación “dar un solución a una situación problemática”.

Por “situación problemática” entiendo no solo un texto, no solo estrategias resolutorias, no solo conocimientos matemáticos involucrados, sino el sistema de competencias reales, específico para dicho problema, en el marco del cual se puede imaginar todo lo descrito por el significado semántico del texto que conecta con las experiencias de cada uno de los aprendices (D’Amore, 1993, 2014).

Sobre estas experiencias (aquellas que después se pondrán en acto durante la *labor*), señalo los “factores expertos” o, por lo menos, aquellos que considero que tienen un peso mayor (una lista completa es impensable):

- experiencia (esta ya abriría un mundo en sí);
- habilidad a expresar (oralmente y por escrito) ideas y acciones;
- capacidad de hacerse representaciones internas;
- capacidad de proponer representaciones externas;
- competencia matemática adecuada;
- competencia lingüística adecuada;
- ...

5. La práctica de aula, algunas observaciones

Podría ser interesante reflexionar sobre algunas componentes de las prácticas de aula, que siempre se citan; entre estas, el trabajo cooperativo por su valencia cognitiva fuerte (por ejemplo el trabajo en grupo de los alumnos). No se debe creer en una unicidad de interpretación terminológica ni siquiera en este caso (D’Amore, Fandiño Pinilla, 2012).

Son múltiples y profundos los análisis modernos sobre esta metodología, por ejemplo los estudios que definen las *Relaciones cooperativas en la escuela* (Dozza, 2006).

Por ejemplo, existen varias acepciones de grupo:

- acepción sociológica: el grupo es un conjunto de dos o más individuos que buscan un mismo objetivo individual; sociología, estadística y derecho identifican en la objetividad de la tarea y en la coexistencia física de cada uno de los individuos y de los subgrupos el elemento significativo, pero no toman en consideración los aspectos relacionales, de comunicación, ni las dinámicas emotivas y afectivas;
- acepción antropológica: el grupo es un conjunto de individuos que se reconocen en determinados valores, mitos, tradiciones, ceremonias, rituales, sistemas de signos; el antropólogo se interesa por la cultura y por el proceso de enculturación (es decir por la transferencia del patrimonio cultural de una generación a otra) y de aculturación (identificada en la hibridación entre culturas); aquí el individuo es tanto un usuario como un agente activo de la cultura; cada sujeto actúa, cree y ritualiza y así mantiene viva la propia cultura a la cual pertenece; además, aceptando otros contextos culturales, modifica su cultura de origen;
- acepción psicológica: el grupo es un conjunto de tres o más individuos que se reúnen como grupo y tienen entre ellos relaciones de influencia recíproca; el psicólogo centra su atención en las relaciones, las comunicaciones y por tanto en el sentido de pertenencia al grupo; se habla de grupo sólo cuando se establecen, gracias a retroalimentación, relaciones circulares; aquí se estudia con mucha atención la relación entre emisor y receptor;

- acepción analítica: el grupo es un conjunto de tres o más individuos que comunican interactuando entre ellos según una matriz común interpersonal, según un sentir y un pensar progresivamente compartido que se convierte en patrimonio del grupo; en esta acepción es necesaria una matriz de grupo en el cual las comunicaciones interpersonales trascienden el individuo; lo que aquí interesa es la formación de un pensamiento compartido;
- acepción pedagógica: un grupo es un conjunto de sujetos – personas que comparten contextos y relaciones dirigidas a reconocer y promover las potencialidades individuales en las diferentes edades de la vida; se trata de una de las acepciones más cercanas a la que nos interesa; pero, según la pedagogía, todos los aspectos precedentes deben ser valorizados dado que cada uno de estos contribuye a crear la identidad misma del grupo y a estudiar las dinámicas que lo caracterizan; la pedagogía toma en consideración todos estos aportes con el fin de crear una significativa planificación y una reflexión entre los miembros del grupo para alcanzar una expansión, enriquecimiento, realización de sí y en especial como instrumento de orientación hacia el futuro; en este sentido, la formación pedagógica reconduce los valores al sujeto-individuo- hombre-persona y a su constituirse como tal; para formar la base de esta constitución se encuentran valores diversos, como los principios fundamentales de libertad y de igualdad, el reconocimiento y la valorización de las diversidades propia y la de los otros; todo esto constituye la base de un proyecto existencial no sólo para cada uno de los individuos sino para toda la sociedad, sobre la base de la convivencia democrática y de una emancipación individual; las condiciones de esta convivencia radican en la apertura crítica sobre sí mismo, de tipo racional, anti-dogmática; notable la colaboración de la pedagogía con las otras ciencias;
- acepción formativa: el grupo es un conjunto de dos o más sujetos-personas que establecen relaciones de interdependencia y coordinan sus acciones y comunicaciones en contextos específicos con el fin de perseguir el aprendizaje y la co-construcción de identidades, inteligencias y significados; es esta la acepción que mayor relación tiene con la didáctica; la atención aquí se centra en el currículo formativo y sobre las acciones, relaciones, comunicaciones, construcciones y re-construcciones de los conocimientos a nivel intra- e inter-subjetivo; los estudiosos de esta acepción observan la organización de los contextos de aprendizaje y de formación, la inter-dependencia y la responsabilidad individual al interior del grupo, el dominio de cada una de las competencias sociales y el ejercicio de las habilidades lógicas, la reconstrucción personal de conocimientos y de competencias, la motivación intrínseca y la capacidad de considerar el sentido constructivo del error; la capacidad de reflexionar sobre la experiencia vivida es uno de los pilares del grupo de trabajo lo cual permite una continua planificación que debe llevar al empeño de cada uno de los sujetos involucrados que intervienen en el proceso de enseñanza y de aprendizaje; todo esto se presenta dando gran importancia a la continua re-definición de los contenidos, de los contextos y de los procesos cognitivos y emotivos.

Como se ve, definir que es un grupo, que significa *labor* en una práctica compartida, es problemático y complejo, pero se han dado grandes avances, respecto a las primeras apariciones de esta metodología que aparecía un poco confusa e ingenua. Hoy todo es claro, todo es categorizado y formalizado, y se basa sobre el concepto de trabajo realizado en común.

Quiero concluir recordando la metodología didáctica de la discusión en aula, en la cual el grupo coincide con la clase; se trata de un óptimo momento de atribución de significados personales y compartidos y de conceptos entre docentes y alumnos y entre alumnos, que tuvo precisamente en la didáctica de la matemática extraordinarios éxitos.

Señalo también que el estudio de las comunidades de práctica que desarrollan matemática, y por tanto principalmente las clases, fueron tomadas en seria consideración en los últimos años como verdaderos grupos sociales, usando como instrumento la sociología, con resultados de gran interés tanto teórico como práctico (Bagni, D'Amore, 2005; D'Amore, 2005; D'Amore, Godino, 2006, 2007; D'Amore Font, Godino, 2007, 2008)

6. Conclusión

Creo haber creado más problemas que cuantos haya intentado resolver, pero me he sentido en el deber de asumir algunos términos usados recientemente por Luís Radford, para confrontarlos con puntos de vista personales, incluso para reafirmar su complejidad.

Sobre estas bases, considero poder mostrar que no existen contradicciones entre la teoría de la objetivación y la idea misma de situación, tal como se presenta en la teoría de las situaciones didácticas. Siempre he sido un fanático defensor de la unificación de teorías (Prediger, Bikner-Ahsbals, Arzarello, 2008; Radford, 2008), más que de su proliferación; a veces las crisis, las diferencias, las rupturas se dan o, mejor, se evidencian, porque no se tiene la paciencia de buscar las raíces últimas, verdaderas, reales de cada una de las teorías. En la base de la objetivación se encuentran raíces culturales e históricas de los individuos y de las teorías; pero en la base de la definición de las situaciones elaborada por Guy Brousseau en los años 70 del siglo pasado también existen raíces epistemológicas y culturales que debemos respetar y tener en cuenta. En más de una ocasión, Brousseau llama la atención sobre la “inmersión en las didácticas específicas de los diferentes conocimientos” (Brousseau, 2008, p. 108) poniendo en evidencia el papel de las raíces culturales. En el fondo, además, muchas de sus reflexiones sobre los obstáculos epistemológicos no son otra cosa que el análisis cultural de los conocimientos que determinan el trabajo en el aula.

Pero el discurso se hace complejo y mérita un futuro estudio específico centrado en este preciso argumento.

Agradecimientos.

Agradezco a Martha Isabel Fandiño Pinilla y a Vicenç Font sus comentarios a una precedente versión de este trabajo, comentarios que me han permitido explicar más en profundidad el sentido que quería expresar.

Referencias bibliográficas

- Bacone (1620). *Novum organum scientiarum*. Traduc. inglés: 1900: New York: P. F. Collier.
- Bagni G. T. (2009). *Interpretazione e didattica della matematica. Una prospettiva ermeneutica*. Bologna: Pitagora.
- Bagni G.T., D’Amore B. (2005). Epistemologia, sociologia, semiotica: la prospettiva socio-culturale. *La matematica e la sua didattica*. 1, 73-89.
- Brousseau G. (2008). *Ingegneria didattica ed Epistemologia della Matematica*. Bologna: Pitagora.
- D’Amore B. (1993). *Problemi. Pedagogia e psicologia della matematica nell’attività di problem solving*. Prefacio de G. Vérnaud. [II edición 1996]. Milano: Angeli. [Traduc. española: 1997: Madrid: Editorial Síntesis, trad. de F. Vecino Rubio].
- D’Amore B. (2001a). Corri, Achille, corri... Ovvero: come interpretare i paradossi. En: D’Amore B. (2001). *Scritti di Epistemologia Matematica. 1980-2001*. Bologna: Pitagora. 129-133.
- D’Amore B. (2001b). Riflessioni sulla Caratteristica leibniziana. En: D’Amore B. (2001). *Scritti di Epistemologia Matematica. 1980-2001*. Bologna: Pitagora. 1-10.
- D’Amore B. (2001c). Un contributo al dibattito su concetti e oggetti matematici: la posizione “ingenua” in una teoria “realista” vs il modello “antropologico” in una teoría “pragmatica”. *La matematica e la sua didattica*. 1, 4-30. [En francés: D’Amore B. (2001). Une contribution au débat sur les concepts et les objets mathématiques: la position “naïve” dans une théorie

- “réaliste” contre le modèle “anthropologique” dans une théorie “pragmatique”. En: Gagatsis A. (ed.) (2001). *Learning in Mathematics and Science and Educational Technology*. Proceedings of the Third Intensive Programme Socrates-Erasmus, Nicosia, University of Cipro, 22 junio —6 julio 2001. Nicosia (Cipro): Intercollege. 131-162]. [En español: D’Amore B. (2001). Una contribución al debate sobre conceptos y objetos matemáticos. *Uno*. 27, 51-76].
- D’Amore B. (2005). Pratiche e metapratiche nell’attività matematica della classe intesa come società. Alcuni elementi rilevanti della didattica della matematica interpretati in chiave sociologica. *La matematica e la sua didattica*. 3, 325-336.
- D’Amore B. (2014). *Il problema di matematica nella pratica didattica*. Prefacios de Gérard Vergnaud y de Silvia Sbaragli. Modena: Digital Index. Versión en papel y e-book.
- D’Amore B., Fandiño Pinilla M. I. (2012). *Matematica, come farla amare. Miti, illusioni, sogni e realtà*. Firenze: Giunti Scuola. Versión en papel y e-book.
- D’Amore B., Fandiño Pinilla M. I., Iori M. (2013). *Primi elementi di semiótica*. Bologna: Pitagora. [Traduc. española: 2013: Bogotá: Magisterio].
- D’Amore B., Font V., Juan D. Godino (2007). La dimensión metadidáctica en los procesos de enseñanza y aprendizaje de la matemática. *Paradigma*. 38, 2, 49-77. [Traduc. italiana: D’Amore B., Font V., Godino D.J. (2008). La dimensione metadidattica dei processi di insegnamento e di apprendimento della matematica. *La matematica e la sua didattica*. 22, 2, 207-235].
- D’Amore B., Godino D.J. (2006). Punti di vista antropologico ed ontosemiotico in didattica della matematica. *La matematica e la sua didattica*. 1, 9-38.
- D’Amore B., Godino D.J. (2007). El enfoque ontosemiótico como un desarrollo de la teoría antropológica en Didáctica de la Matemática. *Relime*. 10, 2. 191-218.
- D’Amore B., Matteuzzi M. (1972). Generalizzazione della “consequentia mirabilis” nelle logiche polivalenti. *Lingua e stile*, 7, 2, 343-372.
- D’Amore B., Radford L., Bagni GT. (2007). *Obstáculos epistemológicos y perspectiva socio-cultural de la matemática*. Colección “Cuadernos del Seminario en educación”. Bogotá: Universidad Nacional de Colombia.
- Descartes R. (1637). *Discours de la méthode pour bien conduire sa raison, et chercher la verité dans les sciences Plus la Dioptrique, les Meteores, et la Geometrie qui sont des essais de cete (cette) Methode*. Edic. en italiano: 1999: Roma: Armando.
- Diels H., Kranz W. (1903-1952). *Die Fragmente der Vorsokratiker*. Berlino: Varias editoriales.
- Dozza L. (2006). *Relazioni cooperative a scuola*. Trento: Erickson.
- Dupré L. (1983). *Marx’s social critique of culture*. New Haven: Yale University Press.
- Duval R. (1993). Registres de représentations sémiotiques et fonctionnement cognitif de la pensée. *Annales de Didactique et de Science Cognitives*, 5, 37-65.
- Duval. R. (1995). *Sémiosis et pensée humaine. Registres sémiotiques et apprentissages intellectuels*. Berne: Peter Lang.
- Engels F. (1956). *Dialettica della Natura*. Roma: Editori Riuniti.
- Font V., Godino D.J., D’Amore B. (2007). An onto-semiotic approach to representations in mathematical education. *For the learning of mathematics*. 27, 2, 2-7 y 14.
- Hjelmslev L. (1943). *I fondamenti della teoria del linguaggio*. Ediz. it.: 1968: Torino: Einaudi. [Edic. orig.: 1943: Copenhagen: Akademisk forlag].
- Leibniz G. W. (1704). *Nuovi Saggi sull’intelletto umano*. Traduc. ital.: 1982: Roma: Editori Riuniti.
- Leibniz G. W. (1714). *Principi della natura e della grazia fondati sulla ragione*. Traduc. ital.: 1966: Padova: Liviana.
- Leibniz G. W. (1781). *Critica della ragion pura*. Traduc. ital.: 2005: Torino: Utet.
- Locke J. (1690). *An Essay Concerning Human Understanding*. London. Traduc. ital.: 1988: Bari: Laterza.

- Łukasiewicz L. (1951). *Aristotle's Syllogistic form the Standpoint of Modern Formal Logic*. Oxford: Clarendon Press. 49 y segg.
- Marx K. (1870). *Introducción a la crítica de la economía política*. Traduc. española: 1973: México: Ediciones Pasado y Presente.
- Łukasiewicz L. (1970). *Selected Works*. Amsterdam – London: Publishing Company.
- Pasquinelli A. (ed.) (1969). *Il neoempirismo*. Torino: UTET.
- Platone (1997). *Tutti gli scritti*. Editor G. Reale. Milano: Bompiani.
- Prediger S., Bikner-Ahsbabs A., Arzarello F. (2008). Networking strategies and methods for connecting theoretical approaches: first steps towards a conceptual framework. *ZDM Mathematics Education*. 40, 165-178.
- Radford L. (1997). On Psychology, Historical Epistemology and the Teaching of Mathematics: Towards a Socio-Cultural History of Mathematics. *For the Learning of Mathematics*. 17(1), 26-33.
- Radford L. (2002). The Seen, the Spoken and the Written: a Semiotic Approach to the problem of Objectification of Mathematical Knowledge. *For the Learning of Mathematics*. 22(2), 14–23.
- Radford L. (2003). Gestures, Speech, and the Sprouting of Signs: A Semiotic-Cultural Approach to Students' Types of Generalization. *Mathematical Thinking and Learning*. 5(1), 37-70.
- Radford L. (2004). Cose sensibili, essenze, oggetti matematici ed altre ambiguità. *La matematica e la sua didattica*. 1, 4-23.
- Radford L. (2005). La generalizzazione matematica come processo semiotico. *La matematica e la sua didattica*. 2, 191-213.
- Radford L. (2006). Elementos de una teoría cultural de la objetivación. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, Special Issue on Semiotics, Culture and Mathematical Thinking*. Editors: Bruno D'Amore y Luis Radford. 103-129.
- Radford L. (2008). Connecting theories in mathematics education: challenges and possibilities. *ZDM Mathematics Education*. 40, 317–327.
- Radford L. (2013a). Three Key Concepts of the Theory of Objectification: Knowledge, Knowing, and Learning. *Journal of Research in Mathematics Education*. 2(1), 7-44.
- Radford L. (2013b). *De la teoría de la objetivación*. Conferencia inaugural del XIV Congreso Colombiano de Matemática Educativa, Barranquilla, Colombia, Octubre 9-11, 2013.
- Santucci A. (ed.) (1970). *Il pragmatismo*. Torino: UTET.
- Togliatti P. (1954). Da Hegel al marxismo. *Rinascita*, 11, 254-256, 336-339, 387-393.
- Tommaso (1990). *Summa theologiae*. Edic. italiana: Bologna: ESD.
- Turco L. (1974). Dal sistema al senso comune. Bologna: Il Mulino.
- Vailati G. (1911). A proposito di un passo del *Teeteto* e d'una dimostrazione d'Euclide. En: Vailati G. (1911). *Scritti di Giovanni Vailati*. XCV. Leipzig: J. A. Barth; Firenze: Successori B. Seeber. 516-527.
- Williams B., Montefiore A. (1966). *British Analytical Philosophy*. London: Routledge & Kegan Paul.
- Whorf B. (1940). Science and Linguistics. *M. I. T. Technology Review*. 6, 42, 229-31.
- Whorf B. (1959). Linguistics and exact science, citato in: Hall E. T. (1959). *The silent language*. New York: Publeday.
- Whorf B. (1970). *Linguaggio, pensiero e realtà*. Torino: Boringhieri. (Edic. orig. 1956, Cambridge, Ma: Cambridge Univ. Press].